

7 Calcolare, se esiste, il limite della seguente successione esplicitando il procedimento seguito:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{n}\right)^{-n}.$$

7 Riconduciamo il limite nella forma del limite notevole $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{3}{n}\right)^{-n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{n}{3}}\right)^{-n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{n}{3}}\right)^{\frac{n}{3} \cdot \frac{3}{n} \cdot (-n)} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\left(1 + \frac{1}{\frac{n}{3}}\right)^{\frac{n}{3}}\right]^{-3} = e^{-3} = \frac{1}{e^3}.$$